Aufgabenblatt: Wurzelgleichungen / biquadrat. Gleichungen

Lösungsweg Wurzelgleichungen:

1.) Ermittlung der Definitionsmenge

- Jedes Ergebnis unter einer Wurzel darf nicht negativ werden.
  Dazu setzen wir die Terme unter der Wurzel .....>= 0.
- Danach vergleichen wir alle derartigen Ergebnisse (falls es mehrere Wurzeln gibt).
  Nur das größte davon setzen wir in die Definitionsmenge.
  denn in diesem Ergebnis sind alle anderen Ergebnisse (die kleiner sind) inbegriffen.

2.) Wir isolieren die Wurzel/Wurzeln auf eine Seite. Dann quadrieren wir beide Seiten.

- Erscheint ein + oder - in der Gleichung, erste/zweite binomische Formel anwenden
- Erscheinen 2 Wurzeln in der Gleichung, müssen wir anschließend nochmal isolieren und quadrieren, denn in der Mitte der binomischen Formel entsteht beim ersten Quadrieren wieder eine Wurzel.

3.) Wir machen die Probe, bevor wir die Lösungsmenge angeben.

- Durch Quadrieren können plötzlich Zahlen als Lösungen auftauchen, die die Gleichung aber gar nicht lösen (Definition der Wurzel: "Eine Wurzel ist diejenige positive Zahl,..." (die zweite, negative Zahl eben nicht!))

Lösungsweg biquadratische Gleichungen.

- eine biquadratische Gleichung besteht aus einem Summand mit x^4, einem mit x^2 und einer Zahl
- Der Summand mit x4 kann zB so aussehen: $2(x^2)^2$ oder $2(2x^2)^2$ oder $2(x^n)^2$ oder $2(x^2)^n$ oder $2x^{2n}$

1.) Wir schreiben statt x2 ein u (oder machen einen Kringel um x2)

2.) Wir lösen die Gleichung mit der "Mitternachtsformel/pq-Formel"

3.) Wir machen die Substitution rückgängig.

- Wir schreiben u = ... (die Ergebnisse der Formel) und ziehen jeweils +/-√.....
- Es gibt also maximal 4 Lösungen

1.) $\sqrt{x} = -4$

2.) $\sqrt{(2x-1)} = 5$

3.) $\sqrt{(x-3)} = 3 - \sqrt{x}$

4.) $3 + \sqrt{(x-21)} = \sqrt{x}$

5.) $\sqrt{(5x+5)} = \sqrt{(5x+12)} - 1$

6.) $\sqrt{(0{,}5x+25)} = 4$

7.) $2x^4 - 14x^2 + 12 = 0$

8.) $2x^4 - 10x^2 - 72 = 0$

9.) $3x^3 - 21x^2 + 18x = 0$

10.) $4x^4 + 28x^3 + 24x^2 = 0$